GUÍA DE EJERCICIOS

ALGEBRA

"MAT – 100"

LA PAZ – BOLIVIA

GESTIÓN I/2021

COORDENADAS RECTANGULARES.

1. Dados los vértices opuestos de un cuadrado $M(5,2)$ y $N(1,6)$ calcular su área.
Rpta.- $A=16[u^2]$.

2. Dados los vértices $A(-5,2)$, $B(0,-2)$ $C(1,2)$ de un paralelogramo $ABCD$, cuyo cuarto vértice D es opuesto a B, determinar sus coordenadas. Rpta.- $D(-4,6)$.

3. En un triángulo ABC (recto en B) dos de sus vértices son: $A(1,1)$ y $C(6,11)$ el cateto $\overline{BC}$ mide $5\,[u]$. Calcular las coordenadas del vértice B. Rpta.- $B_1(1,11)$ y $B_2(9,7)$.

4. Los vértices de un triángulo son: $P(0,0)$, $Q(3,8)$ y $R(7,5)$, determinar las coordenadas del centro de la circunferencia circunscrita. Rpta.- $C(\frac{227}{82},\frac{289}{82})$.

5. Los puntos medios de los lados de un triángulo son: $M(-2,1)$, $N(5,2)$ y $P(2,-3)$.
Rpta.- $A(-5,-4)$; $B(1,6)$ y $C(9,-2)$.

6. Dados los vértices de un paralelogramo: $A(3,-5)$, $B(5,-3)$ y $C(-1,3)$, determinar el cuarto vértice D, opuesto a B. Rpta.- $D(-3,1)$.

7. Los vértices de un triángulo: $A(1,4)$, $B(3,-9)$ y $C(-5,2)$. Determinar la longitud de la mediana trazada desde el vértice B. Rpta.- $13\,[u]$.

8. Los vértices de un triángulo son: $A(2,-5)$, $B(1,-2)$ y $C(4,7)$. Hallar el punto de intercepción del lado con la bisectriz del ángulo interno del vértice B.
Rpta.- $D(\frac{5}{2},-2)$.

9. Dados los puntos $A(-1,5)$, $B(3,2)$ y $C(4,3)$, hallar la pendiente de la recta que pasa por C y que divide al segmento AB en la razón $-3/2$. Rpta.- $m=-1$.

10. Sean $A(-2,1)$ y $B(4,7)$ los vértices de un triángulo ABC; sabiendo que las alturas se cortan en el punto $P(4/3,5/3)$, hallar las coordenadas del vértice C.
Rpta.- $C(6,-3)$.

11. Los vértices de un triángulo son $A(3,3)$, $B(1,-3)$ y $C(-1,2)$. Hallar el valor del ángulo agudo que forma la mediana que corresponde al lado AB con la mediatriz del lado AC. Rpta.- $\theta=\arctan(\frac{10}{11})$.

12. El lado desigual de un triángulo isósceles tiene por extremos los puntos $B(-1,-4)$ y $C(3,2)$. Calcular las coordenadas del tercer vértice A sabiendo que el área del triángulo es $26\,[u^2]$. Rpta.- $A_1(-5,3)$; $A_2(7,-5)$.

13. El área de un triángulo es $S=3[u^2]$; dos de sus vértices son los puntos $A(3,1)$ y $B(1,-3)$, el tercer vértice esta situado en el eje OY. Determinar las coordenadas del vértice C. Rpta.- $C(0,-2)$.

LA LINEA RECTA.

14. Los lados de un triángulo están en las rectas: $x+5y-7=0$, $3x-2y-4=0$, $7x+y+19=0$. Calcular su área S. Rpta.- $S=17[u^2]$.

15. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $C(2,-3)$ y que divide a la recta que une los puntos $A(6,3)$ y $B(2,-1)$ en la relación $2/5$.
Rpta.- $17x-10y-64=0$.

16. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2,-3)$ y es paralela a la recta que une los puntos $B(4,1)$ y $C(-2,2)$. Rpta.- $x+6y+16=0$.

17. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-2,3)$ y es perpendicular a la recta $2x-3y+6=0$. Rpta.- $3x+2y=0$.

18. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2,-3)$ y tiene un ángulo de inclinación de 60°. Rpta.- $\sqrt{3}x-y-3-2\sqrt{3}=0$.

19. Los vértices de un triángulo son $A(-2,1)$, $B(4,7)$ y $C(6,-3)$ Halla las ecuaciones de las medianas y las coordenadas de su punto de intersección.
Rpta.- $x-7y+9=0$; $4x-y-9=0$; $7x+5y-27=0$; $G(\frac{8}{3},\frac{5}{3})$.

20. Hallar la ecuación de la recta cuya distancia del orígen es 5 y que pasa por el punto $P(1,7)$. (Dos soluciones). **Rpta**.- $3x-4y+15=0$; $4x+3y-25=0$.

21. Hallar la distancia entre las rectas paralelas $x+2y-10=0$; $x+2y+6=0$.
Rpta.- $d=\dfrac{16\sqrt{5}}{5}$.

22. Hallar la ecuación de la bisectriz del ángulo formado por las rectas: $3x-y-4=0$; $2x+6y+3=0$ que tiene el origen de coordenadas.
Rpta.- $8x+4y-5=0$.

23. Hallar las ecuaciones de las rectas de pendiente $-3/4$ que formen con los ejes coordenados un triángulo de área 24 unidades de superficie.
Rpta.- $3x+4y-24=0$; $3x+4y+24=0$.

24. En el triángulo de vértices $A(-5,6)$, $B(-1,-4)$ y $C(3,2)$. Hallar las ecuaciones de las alturas y el punto de intersección de dichas alturas.
Rpta.- $2x+3y-8=0$; $2x-y-2=0$; $2x-5y+4=0$; $G(\dfrac{7}{4},\dfrac{3}{2})$.

25. El área de un triángulo es $S=8\,[u^2]$, dos de sus vértices son los puntos $A(1,-2)$, $B(2,3)$ y el tercer vértice C está en la recta: $\mathscr{L}: 2x+y-2=0$. Determinar las coordenadas del tercer vértice C. **Rpta**.- $C(-1,4)$.

26. Dos vértices de un triángulo son los puntos $A(-10,2)$ y $B(6,4)$. Si el ortocentro del triángulo es el punto $G(5,2)$, hallar las coordenadas del tercer vértice.

Rpta.- $C(6,-6)$.

27. Halle la ecuación de una recta que intercepta el eje X positivo un segmento de longitud igual a 7, que pase además por el punto de abscisa $x=4$, perteneciente a la recta $L_1: 5x+3y=30$. **Rpta.-** $L: 10x+9y-70=0$.

28. Los vértices de un triángulo son los puntos $A(3,5)$, $B(-2,6)$ y $C(8,4)$. Halle la distancia trazada desde el baricentro del triángulo ABC a la altura relativa al lado AC. **Rpta.-** $d=\sqrt{26}$.

29. Una recta pasa por el punto $A(2,4/3)$ y forma con los ejes coordenados un triángulo de perímetro igual a 12. Halle su ecuación.

Rpta.- $L_1: 4x+3y-12=0$, $L_2: 8x+15y-36=0$.

30. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(12,6)$ P(12 , 6) y forma con los ejes coordenados un triángulo de área iguala $150\,[u^2]$.

Rpta.- $L_1: 3x+4y-60=0$, $L_2: x+3y-30=0$, $L_3: x-12y+60=0$, $L_4: 3x-y-30=0$.

LA CIRCUNFERENCIA.

31. Escribir la ecuación de la circunferencia de centro C(2,-3) y radio 5.

Rpta.- $\mathcal{C}: x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

32. Determinar la ecuación general de la circunferencia de centro el punto $C(7,-4)$ y que pasa por el punto $P(-5,1)$. **Rpta.-** $\mathcal{C}: x^2+y^2-14x+8y-104=0$

33. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos. $A(2,-2)$, $B(-1,4)$ y $C(4,6)$. **Rpta.-** $\mathcal{C}: 6x^2+6y^2-32x-25y-34=0$.

34. Determinar la ecuación de la circunferencia que es tangente al eje de coordenadas en (0,6) y cuyo centro está contenido en la recta: $y-3x=0$.

Rpta.- $\mathcal{C}: x^2+y^2-4x-12y+36=0$.

35. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $C(-4,-1)$ y es tangente a la recta: $\mathcal{L}: 3x+2y-12=0$, **Rpta.-** $\mathcal{C}: (x+4)^2+(y+1)^2=52$.

36. Determinar la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el eje X, pasa por el punto $P(4,4)$ e intercepta sobre el eje de ordenadas una cuerda de 4 unidades de longitud. **Rpta.-** $\mathcal{C}: (x-\frac{7}{2})^2+y^2=\dfrac{65}{4}$.

37. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos medios de los lados del triángulo cuyos vértices son los puntos: $A(-1,0)$, $B(2,9/4)$ y $C(5,0)$.

Rpta.- $\mathcal{C}:(x-2)^2+(y-25)^2=\frac{625}{256}$.

38. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(2,3)$ y $B(-1,1)$ y su centro está sobre la recta: $\mathcal{L}: x-3y-11=0$.

Rpta.- $\mathcal{C}:(x-\frac{7}{2})^2+(y+\frac{5}{2})^2=\frac{65}{2}$.

39. Hallar la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo cuyos lados son las rectas: $2x-3y+21=0$, $3x-2y-6=0$; $2x+3y+9=0$.

Rpta.- $\mathcal{C}:(x+1)^2+(y-2)^2=13$.

40. Hallar la ecuación de la circunferencia, cuyo centro está sobre el eje X y que pasa por los puntos $A(-2,3)$ y $B(4,5)$. **Rpta.-** $\mathcal{C}: 3x^2+3y^2-14x-67=0$.

41. Hallar la ecuación de las rectas tangentes a la circunferencia: $\mathcal{C}: x^2+y^2+6x-8=0$ que son perpendiculares a la recta: $\mathcal{L}: 4x-y+31=0$.

Rpta.- $\mathcal{L}_1: x+4y-14=0$; $\mathcal{L}_2: x+4y+20=0$.

42. Hallar la ecuación de las circunferencia tangente a las rectas, $\mathcal{L}_1: x-2y+4=0$, $\mathcal{L}_2: 2x-y-8=0$ y que pase por el punto $P(4,-1)$.

Rpta.- $\mathcal{C}_1: x^2+y^2-30x+6y+109=0$; $\mathcal{C}_2: x^2+y^2-70x+46y+309=0$.

43. Hallar las ecuaciones de las circunferencias que pasen por los puntos $A(1,2)$, $B(3,4)$ y sean tangentes a la recta $\mathcal{L}: 3x+y-3=0$.

Rpta.- $\mathcal{C}_1: x^2+y^2-8x-2y+7=0$; $\mathcal{C}_2: x^2+y^2-3x-7y+12=0$.

44. Una circunferencia de radio 5 es tangente a la recta $\mathcal{L}: 3x+4y-16=0$ en el punto $P(4,1)$. Hallar su ecuación.

Rpta.- $\mathcal{C}_1:(x-7)^2+(y-5)^2=25$; $\mathcal{C}_2:(x-1)^2+(y+3)^2=25$.

45. Una circunferencia de radio $\sqrt{13}$ es tangente a la circunferencia: $\mathcal{C}: x^2+y^2-4x+2y-47=0$ en el punto $Q(6,5)$. Hallar su ecuación.

Rpta.- $\mathcal{C}_1:(x-4)^2+(y-2)^2=13$; $\mathcal{C}_2:(x-8)^2+(y-8)^2=13$.

46. Hallar las ecuaciones de las circunferencias que son tangentes a las tres rectas: $\mathscr{L}_1: 4x-3y-10=0$, $\mathscr{L}_2: 3x-4y-5=0$, $\mathscr{L}_3: 3x-4y-15=0$.

Rpta.- $\mathcal{C}_1:(x-\frac{30}{7})^2+(y-\frac{5}{7})^2=1$; $\mathcal{C}_2:(x+\frac{10}{7})^2+(y+\frac{25}{7})^2=1$.

47. El punto $C(2,-1)$ es el centro de una circunferencia que intercepta a la recta: $\mathscr{L}: 2x-5y+16=0$ determinando una cuerda cuya longitud es igual a $8\,[u]$. Calcular la medida del radio de la circunferencia. **Rpta.-** $r=\dfrac{33}{\sqrt{29}}$.

48. Hallar en la circunferencia: $\mathcal{C}: 16x^2+16y^2+48x-8y-43=0$ el punto $M_1(x_1,y_1)$ más próximo a la recta: $\mathscr{L}: 8x-4y+73=0$ y calcular la distancia d del punto M_1 a esta recta. **Rpta.-** $d=2\sqrt{5}$; $M1(-\dfrac{7}{2};\dfrac{5}{4})$.

49. Hallar las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia: $\mathscr{C}: x^2+y^2-2x+4y=0$, que son perpendiculares a la recta: $\mathscr{L}: x-2y+9=0$.
Rpta.- $\mathscr{L}_1: 2x+y-5=0$; $\mathscr{L}_2: 2x+y+5=0$.

50. Desde el punto $P(4,-4)$ se han trazado tangentes a la circunferencia: $\mathscr{C}: x^2+y^2-6x+2y+5=0$. Calcular la longitud d de la cuerda que une los puntos de contacto. **Rpta.-** $d=\sqrt{10}$.

LA PARÁBOLA.

51. Dada la parábola $\mathscr{P}: 3y^2=8x$. Hallar las coordenadas del foco, la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto. **Rpta.-** $F(\dfrac{2}{3},0)$, $\overline{LR}=\dfrac{8}{3}$; $x=-\dfrac{2}{3}$.

52. Hallar la ecuación de la parábola de vértice en el origen, de eje el de abscisas X, y que pasa por el punto $P(-2,4)$. **Rpta.-** $\mathscr{P}: y^2=-8x$.

53. Hallar la ecuación de la parábola de foco el punto $F(-2,-1)$ y cuyo lado recto es el segmento entre los puntos $L(-2,4)$ y $R(-2,2)$.
Rpta.- $\mathscr{P}_1: y^2+2y-6x-20=0$; $\mathscr{P}_2: y^2+2y+6x+4=0$

54. Hallar la ecuación de la parábola de vértice $V(3,2)$ y foco $F(5,2)$.
Rpta.- $\mathscr{P}: y^2-4y-8x+28=0$.

55. Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje sea paralelo al eje Y, que pase por los puntos $A(-4,5)$, $B(-1,0)$ y $C(-6,3)$. **Rpta.-** $\mathscr{P}: 8x^2+65x+15y+57=0$.

56. Hallar las coordenadas del foco y el vértice, las ecuaciones de la directriz y el eje, y la longitud del lado recto de la parábola: $\mathscr{P}: y^2-6y-8x+17=0$.
Rpta.- $V(1,3)$, $F(3,3)$, directriz $: x+1=0$; eje $: y=3$; $\overline{LR}=8$.

57. Hallar la ecuación de la parábola de vértice el punto $V(2,3)$, de eje paralelo al eje *Y*, y que pasa por el punto $V(4,5)$. **Rpta.-** $\mathscr{P}:(x-2)^2=2(y-3)$.

.

58. Una parábola de eje horizontal pasa por $A(3,-5)$ y $B(\frac{3}{2},1)$ y cuyo vértice está en la recta $\mathscr{L}:7x+3y-4=0$. Cuál es su ecuación?.

Rpta.- $\mathscr{P}_1:(y+1)^2=8(x-1)$; $\mathscr{P}_2:(y+\frac{97}{17})^2=-\frac{504}{17}(x-\frac{359}{119})$.

59. Hallar la ecuación de la parábola sabiendo que: $LR=4$, pasa por el punto $Q(-1,-2)$, eje paralelo al eje *X*, vértice sobre la recta: $x=3$.

Rpta.- $\mathscr{P}_1:(y-2)^2=-4(x-3)$; $\mathscr{P}_2:(y+6)^2=-4(x-3)$.

60. Hallar la ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje *X*, y que pasa por los puntos $A(-2,1)$, $B(1,2)$ y $C(-1,3)$. **Rpta.-** $\mathscr{P}:5y^2+2x-21y+20=0.$

61. Una parábola pasa por los puntos $A(7,8)$ y $B(2,-2)$. Su directriz es la recta: $\mathscr{L}:x=-3$. Hallar su ecuación.

Rpta.- $\mathscr{P}_1:(y-2)^2=4(x+2)$; $\mathscr{P}_2:(y+2)^2=20(x-2)$.

62. Una parábola pasa por los puntos $A(7,3)$ y $B(-1,-5)$, Siendo su foco el punto $F(11,0)$, determinar su ecuación.

Rpta.- $\mathscr{P}_1:y^2=-2(x-\frac{23}{2})$; $\mathscr{P}_2:(x-11)^2=-6(y-4)$.

63. Hallar la ecuación de la parábola sabiendo que su foco está en la recta: $\mathscr{L}_1:6x+5y=30$, el vértice en la recta: $\mathscr{L}_2:x-7y+7=0$ y su directriz es la recta: $\mathscr{L}_3:y=4$. **Rpta.-** $\mathscr{P}:(x-\frac{70}{13})^2=-\frac{116}{13}(y-\frac{23}{13})$.

64. La entrada de una iglesia tiene la forma de parábola de 9*m*. de alto y 12*m*. de base. Toda la parte superior es una ventana de vidrio cuya base es paralela al piso y mide 8*m*. ¿Cuál es la altura máxima de la ventana? **Rpta.-** $h=4\ m$.

65. El cable de un puente colgante cuelga en forma de parábola cuando el peso está uniformemente distribuido horizontalmente. La distancia entre dos torres es 1500 *pies*, los puntos de soporte del cable en las torres están a 220 *pies* sobre la carretera, y el punto más bajo del cable está a 70 *pies* sobre la carretera. Hallar la distancia vertical entre el cable y el punto de la carretera situado a 150 *pies* del pie de la torre. **Rpta.-** $y=166\ pies$

LA ELIPSE.

66. Dada la ecuación de la elipse $\mathscr{E}: 9x^2+16y^2=576$, hallar las coordenadas de los vértices y focos, las longitudes de los ejes mayor y menor, la excentricidad y la longitud de cada uno de los lados rectos de la elipse y trazar el lugar geométrico.

67. Determinar la ecuación de la elipse de centro en el origen, de eje focal vertical, si se sabe que la distancia entre las directrices es $\frac{50}{\sqrt{21}}$ y su excentricidad es: $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Rpta.- $\mathscr{E}: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1$.

68. Los focos de una elipse son los puntos $(\pm 3,0)$, y la longitud de cada uno de sus lados rectos es igual a 9. Hallar la ecuación de la elipse. **Rpta.-** $\mathscr{E}: \frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$

69. Una elipse tiene su centro en el origen y su eje mayor coincide con el eje X. Hallar su ecuación sabiendo que pasa por los puntos $P(\sqrt{6},-1)$ y $Q(2,\sqrt{2})$.

Rpta.- $\mathscr{E}: \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

70. Hallar la ecuación de la elipse que pasa por el punto $P(\frac{\sqrt{7}}{2},3)$, tiene su centro en el origen, su eje menor coincide con el eje X y la longitud de su eje mayor es el doble de la de su eje menor.

Rpta.- $\mathscr{E}: \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$.

71. Los focos de un elipse son los puntos $F_1(-4,-2)$ y $F_2(-4,-6)$, y la longitud de cada lado recto es 6. Hállese la ecuación de la elipse y su excentricidad.

Rpta.- $\mathscr{E}: \frac{(x+4)^2}{12}+\frac{(y+4)^2}{16}=1;\quad e=\frac{1}{2}$.

72. Dada la ecuación de la elipse en su forma ordinaria $9x^2+25y^2+18x-50y-191=0$, determinar las coordenadas del centro, vértice y focos., las longitudes de lo ejes mayor y menor, y la de cada lado recto y la excentricidad.

73. Hallar la ecuación de la elipse que pasa por los puntos (0,1), (1,-1), (2,2), (4,0) y cuyos ejes son paralelos a los de coordenados.

Rpta.- $13x^2+23y^2-51x-19y=0$.

74. Hallar la ecuación de la elipse cuya directriz es la recta $\mathscr{L}: x=-1$, uno de los focos es el punto $F(4,-3)$ y excentricidad 2/3. **Rpta.-** $\mathscr{E}: \frac{(x+1)^2}{36}+\frac{(y+1)^2}{20}=1$.

Lic. Edilberto Mamani Espejo

75. La distancia entre las directrices de una elipse es 18. Hallar su ecuación si tiene por focos los puntos $F_1(1,5)$ y $F_2(1,2)$. **Rpta.-** $\mathscr{E}: \frac{(x-1)^2}{8}+\frac{(y-4)^2}{9}=1$.

76. Hallar la ecuación de la elipse en la cual un vértice es $V(3,2)$ y el foco opuesto $F(11,2)$ y la longitud del eje menor es 8. **Rpta.-** $\mathscr{E}: \frac{(x-8)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{16}=1$.

77. Los focos de una elipse están en las rectas $\mathscr{L}_1: 2x-9y=0\ =0$ y $\mathscr{L}_2: 2x-y=0$. El eje focal es la recta $\mathscr{L}: y=2$. Hallar la ecuación de la elipse si el eje mayor mide 10 unidades. **Rpta.-** $\mathscr{E}: \frac{(x-5)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{9}=1$.

78. Hallar la ecuación de una elipse cuyo eje focal es paralelo al eje X, el lado recto mide 2, el centro es el vértice de la parábola $\mathscr{P}: 2y^2+8y-x+12=0$ y que determina en el eje X un segmento de longitud $4\sqrt{3}$.

Rpta.- $\mathscr{E}: \frac{(x-4)^2}{36}+\frac{(y+2)^2}{6}=1$.

79. Hallar las ecuaciones de las tangentes a la elipse: $\mathscr{E}: \frac{x^2}{10}+\frac{2y^2}{5}=1$, que son paralelas a la recta: $\mathscr{L}: 3x+2y+7=0$.

Rpta.- $\mathscr{L}_1: 3x+2y-10=0$; $\mathscr{L}_2: 3x+2y+10=0$.

80. Desde el punto $A(\frac{10}{3},\frac{5}{3})$ se han trazado tangentes a la elipse $\mathscr{E}: \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Hallar la ecuación de la cuerda que une los puntos de contactos.

Rpta.- $\mathscr{L}: 4x-5y-10=0$.

81. Desde el punto $A(10,-8)$ se han trazado tangentes a la elipse $\mathscr{E}: \frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$. Hallar sus ecuaciones. **Rpta.-** $\mathscr{L}_1: x+4y-10=0$; $\mathscr{L}_2: x+y-5=0$.

82. Una elipse pasa por el punto $A(4,-1)$ y es tangente a la recta $\mathscr{L}: x+4y-10=0$. Hallar la ecuación de la elipse, si sus ejes coinciden con los ejes coordenados.

Rpta.- $\mathscr{E}_1: \frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$; $\mathscr{E}_2: \frac{x^2}{80}+\frac{4y^2}{5}=1$

83. Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos están situados en el eje de las abscisas y son simétricos con respecto al origen de coordenadas, si se conoce la ecuación de la tangente a la elipse: $\mathscr{L}: 3x+10y-25=0$ y su semieje menor $b=2$.

Rpta.- $\mathscr{E}: \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$;

LA HIPÉRBOLA.

84. Dada la ecuación de la hipérbola $\mathscr{H}: 9x^2 - 16y^2 = 144$, hallar las coordenadas de los vértices y focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado, la excentricidad y la de cada lado recto.

85. Dada la ecuación de la hipérbola $100y^2 - 44x^2 = 275$, hallar las coordenadas de los vértices y focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado, la excentricidad y la de cada lado recto.

86. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos $A(3,2)$ y $B(7,6)$, tiene su centro en el origen y eje transverso coincide con el eje X.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{5y^2}{16} = 1$.

87. Hallar la ecuación de la hipérbola que tiene su centro en el origen, el eje real sobre el eje X, excentricidad $\frac{1}{2}\sqrt{7}$ y *latus rectum* igual a 6. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{12} = 1$.

88. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por los puntos $A(3,-2)$ y $B(7,-6)$, tiene su centro en el origen y el eje transverso coincide con el eje X.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{5y^2}{16} = 1$.

89. Halle la ecuación de una hipérbola cuyas asíntotas son las rectas $\mathscr{L}: y = \pm\frac{5}{3}x$ y pasa por el punto $P(2,-5)$. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{9y^2}{125} - \dfrac{x^2}{5} = 1$.

90. Halle la ecuación de una hipérbola con centro en el origen de coordenadas, focos sobre el eje Y, longitud del lado recto igual a $\frac{16}{3}$ y la pendiente de una de sus asíntotas es $\frac{3}{4}$. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{4y^2}{9} - \dfrac{x^2}{4} = 1$.

91. Los vértices de la hipérbola son los puntos son los puntos $V_1(3,3)$ y $V_2(-1,3)$ y sus excentricidades es 3/2. Hallar la ecuación de la hipérbola, las coordenadas de sus focos, y las longitudes de sus ejes transverso y conjugado, y la de cada lado recto. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{(x-1)^2}{4} - \dfrac{(y-3)^2}{5} = 1$.

92. El centro de un hipérbola es el punto $C(4,5)$ y uno de sus focos es $F(8,5)$. Si la excentricidad de la hipérbola es 2, hallar su ecuación y las longitudes de sus ejes transverso y conjugado. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{(x-4)^2}{4} - \dfrac{(y-5)^2}{12} = 1$.

93. Reducir la ecuación dada a la segunda forma ordinaria de la ecuación de la hipérbola y determinar las coordenadas del centro, vértice y focos, las longitudes de los ejes transverso y conjugado y del lado recto, la excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas. Si se tiene $\mathscr{H}: x^2-9y^2-4x+36y-41=0$.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{(x-2)^2}{9}-\dfrac{(y-2)^2}{1}=1$.

94. Hallar la ecuación de la hipérbola cuyo eje conjugado mide 6, sus asíntotas son las rectas $\mathscr{L}_1: y=2x+3$ y $\mathscr{L}_2: y=-2x-1$ y su eje focal es paralelo al eje Y.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{(y-1)^2}{36}-\dfrac{(x+1)^2}{9}=1$.

95. Los focos de la elipse $\mathscr{E}: \dfrac{(x-1)^2}{8}-\dfrac{(y-4)^2}{14}=1$, son los vértices de una hipérbola y a su vez los focos de esta última coincide con los vértices de la elipse. Hallar la ecuación de la hipérbola. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{(y-4)^2}{6}-\dfrac{(x-1)^2}{8}=1$.

96. Los focos de la hipérbola coinciden con los focos de la elipse $\mathscr{E}: \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Hallar la ecuación de la hipérbola, si su excentricidad es $e=2$.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$.

97. Halla la ecuación de la hipérbola cuyos focos están en los vértices de la elipse $\mathscr{E}: \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$, y las directrices pasan por los focos de esta elipse.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{60}-\dfrac{y^2}{40}=1$.

98. Deducir la condición, según la cual, la recta $\mathscr{L}: y=kx+m$ es tangente a la hipérbola $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ **Rpta.-** $m^2=a^2k^2-b^2$.

99. La recta $2x-y-4=0$ es tangente a la hipérbola cuyos focos están en los puntos $F_1(-3{,}0)$ y $F_2(3{,}0)$. Hallar la ecuación de esta hipérbola.

Rpta.- $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

100. Hallar la ecuación de la hipérbola cuyos focos están situados en el eje de abscisas y son simétricos con respecto al origen de coordenadas, si se conoce la ecuación de la tangente a la hipérbola: $\mathscr{L}: 15x+16y-36=0$, y la distancia entre sus vértices es $2a=8$. **Rpta.-** $\mathscr{H}: \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$.